

Titre	Responsable	Charge planifiée
MOD – Méthodes numériques pour les équations aux dérivées partielles	Grégory VIAL	8 cours de 2H – 3 BE de 4H

Objectifs. Le but du cours est de présenter les principales approches actuelles pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles (EDP). Il s'agit moins de proposer une liste exhaustive des techniques effectivement utilisées dans les codes professionnels, que de donner les repères mathématiques et numériques pour la construction et l'analyse des méthodes les plus courantes. La programmation effective de certaines méthodes lors de séances de BE permettra aux élèves de se sensibiliser aux aspects pratiques de mise en œuvre. D'autres BE seront consacrés à l'utilisation de logiciels de recherche, illustrant la résolution complète de problèmes plus complexes.

Sommaire.

- Chapitre 1. *Rappels sur les EDP linéaires et les méthodes aux différences finies*
 - ◊ Problèmes elliptiques et paraboliques : consistance, stabilité (L-infini, L2 – analyse de Von Neumann), condition CFL.
 - ◊ Problèmes hyperboliques linéaires : décentrement, schéma upwind. Domaines de dépendance et d'influence. Lien avec les caractéristiques.
- Chapitre 2. *Méthode des volumes finis*
 - ◊ Approche volumes finis des schémas aux différences finies : notion de flux, de conservation.
 - ◊ Propriétés qualitatives : schémas monotones, TVD, entropiques. Schéma de Godunov.
- Chapitre 3. *Méthodes d'éléments finis*
 - ◊ Formulation variationnelle des problèmes elliptiques.
 - ◊ Éléments finis de Lagrange (conformes).
 - ◊ Formulations mixtes (exemple des problèmes de Stokes et biharmonique), conditions inf-sup.
 - ◊ Notions sur les méthodes non-conformes.
- Bureaux d'étude
 - ◊ BE1 : programmation `matlab` d'une méthode de volumes finis.
 - ◊ BE2 : utilisation de `freefem++` pour la résolution d'un problème parabolique.
 - ◊ BE3 : mise en œuvre d'une méthode de décomposition de domaines.

Bibliographie

- [1] B. Després, F. Dubois, *Systèmes hyperboliques de lois de conservation : Application à la dynamique des gaz*. École Polytechnique, 2005.
- [2] A. Ern, J.-L. Guermond, *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre*. Mathématiques et applications, 36. Springer, 2002.

Options et Masters

- Options MD-MIR, AE.
- Masters IM-Maths en action, MAIM-Mathématiques avancées.

Contrôle des connaissances

- MOD : Examen de 2H (note de savoir 60%) – BE notés (note de savoir-faire 40%).
- Master : Examen de 3H (dont 2H communes avec le MOD).