

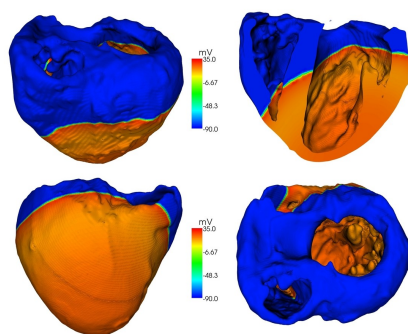
Schémas d'ordre élevé pour des simulations réalistes en électrophysiologie cardiaque.

INRIA : créé en 1967, INRIA est le seul institut public de recherche entièrement dédié aux sciences du numérique. À l'interface des sciences informatiques et des mathématiques, les 3400 chercheurs d'INRIA croisent avec créativité recherche fondamentale et recherche appliquée. Ils se consacrent à des problèmes concrets, collaborent avec les acteurs de la recherche publique et privée en France et à l'étranger, et transfèrent le fruit de leurs travaux vers les entreprises innovantes.

CARMEN: Le projet CARMEN s'inscrit dans le cadre de l'IHU (Institut Hospitalo-universitaire) LIRYC qui s'intéresse à la compréhension et au traitement des pathologies cardiaques électriques. Pour cela, l'équipe CARMEN travaille sur la modélisation et la simulation de phénomènes électriques ayant lieu dans le cœur, ainsi que sur l'amélioration de la valeur informative des signaux électriques clinique, comme l'électrocardiogramme.

Le stage se déroulera au sein de l'équipe CARMEN dans les locaux du centre INRIA Bordeaux Sud-Ouest.

Contexte



Les simulations numériques réalistes en électrophysiologie cardiaque ont un coût de calcul extrêmement élevé. Ce coût s'explique en grande partie par la raideur, à la fois en temps et en espace, d'une onde de « potentiel d'action » (PA). Par ailleurs, les phénomènes observés sont très instationnaires et s'étudient en temps long. Une description précise de la dynamique des PA est cruciale pour construire des modèles numériques pertinents d'un point de vue médical ou clinique. Cet aspect fondamental ne peut

être contourné dans les études numériques réalistes.

La raideur de l'onde de PA ne peut être captée numériquement qu'en ayant recours à des maillages très fins. Ces maillages très fins induisent un coût de calcul très important, et introduisent aussi des erreurs supplémentaires : les systèmes linéaires à résoudre deviennent très mal conditionnés.

Au final, les erreurs numériques peuvent être particulièrement grandes dans les simulations alors que leur contrôle est évidemment essentiel pour assurer la fiabilité des résultats.

Jusqu'à maintenant, très peu de résultats sont disponibles pour assurer cette fiabilité. Dans les faits, les erreurs sont la plupart du temps contrôlées par des procédés empiriques. Il existe quelques résultats théoriques étudiant la convergence et la stabilité des schémas numériques associés. Cependant, ces travaux analysent tous les erreurs numériques de la même manière, en les étudiant en termes d'erreurs sur les potentiels transmembranaires qui sont des inconnues des EDP modélisant le problème. En pratique, il est nécessaire d'avoir un contrôle de l'erreur sur des quantités macroscopique décrivant la dynamique de l'onde de PA : vitesse, temps d'activation, durée du PA, électrogramme, propriétés de restitution. Ces quantités ont en effet une interprétation physiologique qui permet de caractériser le caractère arythmogène des tissus.

Mission

L'objectif de ce travail est de construire et d'étudier l'impact de schémas d'ordre élevés pour les modèles monodomaine et bidomaine utilisés en électrophysiologie

cardiaque. Ces modèles sont des systèmes d'EDP de réaction-diffusion couplés avec des systèmes d'équations différentielles pouvant être très raides, les modèles ioniques. Ils seront discrétisés par éléments finis conforme (Lagrange) et par des schémas en temps d'ordre deux ou trois, soit complètement implicites (*Diagonally Implicit Runge Kutta*) soit semi-implicites (IMEX de type intégrateurs exponentiels).

A l'heure actuelle, les schémas utilisés sont essentiellement d'ordre un. La raison principale est la présence des systèmes d'équations différentielles très raides et souvent de grande taille (jusqu'à 70 inconnues). Par ailleurs, une grande diversité de modèles ioniques est à prendre en compte dans une même simulation puisqu'ils sont associés à un type de cellule donné. Les techniques usuelles pour obtenir des schémas d'ordre deux sont donc inadaptées.

En revanche, étant donné que l'on simule la propagation de fronts raides mais réguliers (problème parabolique), on attend d'un schéma d'ordre élevé qu'il permette de conserver une précision suffisante sur des maillages raisonnablement fins sur lesquels les calculs pourraient être conduits dans un temps plus court.

Le stagiaire devra évaluer le bénéfice de cette montée en ordre en utilisant des modèles ioniques simplifiés et une géométrie mono-dimensionnelle. Ces simplifications permettront en effet d'étudier de nombreux schémas d'ordre élevé et de déterminer les schémas les plus pertinents. Il est important de considérer de nombreux schémas car les critères de pertinence sont eux-mêmes nombreux: stabilité, précision -à la fois sur les variables des EDP mais aussi sur les vitesses, temps d'activation, etc, propriétés mathématiques vérifiées, souplesse d'utilisation - afin de pouvoir être facilement adaptés à différents modèles ioniques -, etc.

Responsables de stage, contact

Yves Coudière, yves.coudiere@inria.fr
Tel: +33 5 24 57 40 36
Inria Carmen, 200 avenue vieille tour
33405 Talence Cédex

Charles Pierre, charles.pierre@univ-pau.fr
Rodolphe Turpault, rodolphe.turpault@univ-nantes.fr