

**Thèse : « Résolution des systèmes non-linéaires par les bases de Groebner : application aux structures non-linéaires possédant des symétries ».**

**Encadrants : P. Malbos ICJ et F. Thouverez LTDS**

La réponse périodique non-linéaire des structures peut être approchée au travers d'une analyse spectrale qui permet de transformer le problème différentiel en un problème algébrique non-linéaire. En partant de ce système, le travail de recherche envisagé est de se doter d'une approche analytique ou numérique permettant d'extraire l'ensemble des solutions de ce système. Plusieurs outils sont envisageables qui vont des approches de types homotopies (linéaire, polyédrale) ou utilisant les bases de Groebner. Ces bases introduites par Buchberger dans les années 60-70, reposent sur une généralisation de l'algorithme de la division euclidienne pour des polynômes à plusieurs variables. Le nouveau système, ainsi engendré, pourra alors être traité pour déterminer l'ensemble de ses solutions. Si cette approche semble attrayante, elle souffre du problème de sa mise en place dans le cadre de système d'assez grande taille et pour des ordres élevés de non-linéarités. Pour franchir cet écueil, un premier axe de recherche pourra être la prise en compte des groupes de symétries propres aux structures envisagées (symétrie de révolution comme les disques ou les cylindres, symétrie cyclique : comme les hélices, les roues aubagées, etc...). En effet, les premiers travaux réalisés, jusqu'à maintenant, ont permis de montrer l'efficacité de la prise en compte de ces groupes symétries dont la mise en place reste une difficulté et devra être adaptée aux différents problèmes traités. Un deuxième axe pourra se baser sur une approche numérique utilisant la recherche des valeurs propres des matrices de multiplication associées à l'espace quotient défini par la base de Groebner de l'idéal. Il s'agira de profiter de l'aspect numérique pour adresser des problèmes de plus grande taille tout en préservant les propriétés de symétrie du système.

La recherche exhaustive des solutions d'un système non-linéaire trouve un grand nombre d'application dans le secteur industriel pour des applications très variées allant des matériaux, les vibrations, la thermique etc... L'enjeu est important car les problèmes non-linéaires sont devenus omniprésents dans la recherche des solutions optimales pour le concepteur à la fois d'un point de vue du coût énergétique mais aussi vis-à-vis de la sécurité.