



SUJET DE THÈSE

APPRENTISSAGE STATISTIQUE POUR L'OPTIMISATION DE PORTEFEUILLES D'ASSURANCE SOUS CONTRAINTES RÉGLEMENTAIRES ET DE MARCHÉ.

Sujet de thèse CIFRE entre l'entreprise SCOR et l'Institut Camille Jordan (ICJ).

Contexte

Les entreprises d'assurance sont amenées à optimiser leurs portefeuilles d'assurance en prenant en compte les contraintes de marchés et les réglementations (solvabilité 2 pour le marché européen notamment). L'optimisation de portefeuille vise à sélectionner les répartitions les plus performantes financièrement tout en respectant des contraintes de risque et de marché. Dans ce cadre, le choix des métriques de mesure du risque est fondamental.

Objectifs

L'objectif principal de la thèse est d'optimiser un portefeuille d'assurance sous différentes métriques dont la profitabilité, les temps de retour à différentes périodes, tout en intégrant les contraintes de profitabilité et de solvabilité de l'entreprise. Il s'agit notamment de recherche de frontières efficaces. Afin d'intégrer des contraintes non linéaires et en probabilité, nous envisageons, de développer des méthodes d'apprentissage statistique (régularisation, validation croisée, régression par processus gaussiens - GPR) et des techniques d'optimisation stochastique dynamique, pour prendre en compte des horizons de temps au-delà d'un an.

État de l'art

L'approche classique de l'optimisation de portefeuille est de minimiser le risque associé au portefeuille. Typiquement, on considère le vecteur aléatoire \mathbf{X} des rendements relatifs, deux fonctions de risque sont considérées : la variance et la Valeur sous risque conditionnelle (Conditional VaR - CVaR, [7]). Dans le cas de la variance, on est dans le cadre du modèle de Markowitz ([5]) et il s'agit de déterminer le vecteur de poids ω tel que :

$$\omega = \operatorname{argmin} \left\{ w^T \Sigma w, w \in \mathbb{R}^p, \sum_{i=1}^p w_i = 1, w^T \mu = R \right\} \quad (1)$$



μ désignant l'espérance de \mathbf{X} et Σ sa matrice de covariance. La contrainte $w^T \mu = R$ est une contrainte de rendement moyen. μ et Σ étant inconnues, on réalise l'optimisation (1) en remplaçant μ et Σ par leurs estimateurs. Cette méthode est connue sous le nom de *Sample Average Approximation (SAA)* dans la littérature (voir par exemple [8]). Si cette méthode est performante lorsque l'on dispose d'échantillons de grande taille, elle l'est beaucoup moins lorsque les tailles d'échantillons sont plus réduites, ce qui peut être le cas pour certains portefeuilles d'assurance. Pour pallier cette difficulté, [1] propose d'introduire une contrainte de régularisation dans (1). Cette méthode *Performance regularization based - PBR* s'avère performante aussi bien dans le cas de la variance que de la CVaR.

Le cadre ci-dessus est statique. Or, si l'on souhaite prendre en compte des horizons temporels au-delà d'un an, une approche dynamique est nécessaire. Des travaux récents traitent de l'estimation du Capital de Solvabilité Requis (SCR) à des dates futures par des approches Monte-Carlo multi-niveaux ([2]). Dans [3], des approximations par processus gaussiens (GPR) sont utilisées pour des problématiques de tarification d'options. Ces approches sont en particulier plus efficaces que les réseaux de neurones lorsque les échantillons disponibles sont de taille réduite.

Enfin, les contraintes de rendement dans (1) sont linéaires, ce qui simplifie le problème d'optimisation. Dans le cas de contraintes non linéaires ou en probabilité (comme par exemple une contrainte de quantile), d'autres stratégies doivent être développées. Dans [4], des techniques de programmation non linéaires permettent d'introduire des coûts de transaction dans l'optimisation de portefeuille. Une approche de type SAA pour des contraintes en probabilité est proposée dans [6].

Organisation des travaux de recherche

Dans un premier temps, la thèse se concentrera sur l'optimisation d'un portefeuille d'assurance sous contrainte de solvabilité, ce qui revient à introduire une contrainte en probabilité dans le problème d'optimisation. Nous nous intéresserons aussi à des contraintes de profitabilité (à définir par SCOR). Par ailleurs, d'autres mesures de risque que la variance ou la CVaR, notamment des métriques de temps de retour seront utilisées pour définir le problème d'optimisation. Nous développerons tout d'abord les techniques de type SAA proposées dans [6] au cadre souhaité par SCOR et proposerons d'améliorer les performances par exemple par PBR à la suite de [1] mais nous explorerons aussi les méthodes de pénalisation.

La thèse s'orientera ensuite vers le développement d'outils pour une gestion de portefeuille dynamique, en particulier les approximations gaussiennes (GPR), performantes pour la tarification d'options ([3]) pourraient être intéressantes dans le cadre de l'optimisation de portefeuille, notamment car elle s'apparentent aux méta-modèles et fournissent des bornes d'erreur.

Résultats attendus

Dans les deux axes présentés ci-dessus, il est attendu à la fois une mise en œuvre pratique des méthodes proposées, adaptées aux données et problématiques de SCOR et le développement de résultats théoriques (convergence des méthodes, bornes d'erreur ...)

pour soutenir les méthodes proposés.

Planning prévisionnel de la thèse

Il est prévu que la thèse démarre dès que possible, une fois le dossier validé par l'ANRT, nous espérons un démarrage en septembre 2022.

La période de septembre à décembre 2022 permettra de fixer avec l'entreprise les contraintes et mesures de risque à utiliser en priorité. Une fois le problème d'optimisation posé, nous testerons les méthodes par approximation empirique (SAA) appliquées à la fois à la mesure de risque choisie et aux contraintes en probabilité.

Le premier semestre 2023 sera consacré à améliorer les performances des algorithmes proposés, notamment par des méthodes de régularisation, de pénalisation et de validation croisée.

Lors du deuxième semestre 2023, les résultats de convergence seront établis et la rédaction d'un premier article pourra démarrer pour être soumis durant le premier trimestre 2024. L'année 2024 sera ensuite consacrée aux approximations gaussiennes pour la gestion dynamique de portefeuille, toujours dans avec les contraintes et mesures de risque proposées par SCOR dans le cadre statique. Il s'agira tout d'abord de définir les approximations gaussiennes pertinentes dans le cadre de l'optimisation de portefeuille puis de les combiner avec les approximations empiriques.

La période janvier 2025 - juin 2025 sera consacrée à la finalisation des résultats théoriques et à la rédaction de la thèse pour une soutenance en septembre 2025.

Références

- [1] Ban, G. Y., El Karoui, N., & Lim, A. E. (2018). *Machine learning and portfolio optimization*. Management Science, 64(3), 1136-1154.
- [2] Alfonsi, A., Cherchali, A., & Acevedo, J. A. I. (2021). *Multilevel Monte-Carlo for computing the SCR with the standard formula and other stress tests*. Insurance : Mathematics and Economics.
- [3] Goudenège, L., Molent, A., & Zanette, A. (2020). *Machine learning for pricing American options in high-dimensional Markovian and non-Markovian models*. Quantitative Finance, 20(4), 573-591.
- [4] Katsikis, V. N., & Mourtas, S. D. (2020). *Optimal portfolio insurance under nonlinear transaction costs*. Journal of Modeling and Optimization, 12(2), 117-124.
- [5] Markowitz, H. M. (1976). *Markowitz revisited*. Financial Analysts Journal, 32(5), 47-52.
- [6] Pagnoncelli, B. K., Ahmed, S., & Shapiro, A. (2009). *Sample average approximation method for chance constrained programming : theory and applications*. Journal of optimization theory and applications, 142(2), 399-416.
- [7] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). *Optimization of conditional value-at-risk*. Journal of risk, 2, 21-42.
- [8] Shapiro, A., Dentcheva, D., & Ruszczyński, A. (2021). *Lectures on stochastic programming : modeling and theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Contacts

La thèse se déroulera à l'Institut Camille Jordan (ICJ, UMR 5208), en collaboration avec le laboratoire Jean Kuntzman (LJK) et SCOR (Paris), au sein de l'École doctorale InfoMaths (ED 512).

Directrice et directeur de thèse : Véronique Maume-Deschamps (veronique.maume@univ-lyon1.fr), Jérôme Lelong (jerome.lelong@univ-grenoble-alpes.fr) **Responsables en entreprise :** Ecaterina Nisipasu (ENISIPASU@scor.com).